الحركة النسبية لجسيم مادي

د.اسكندر عمجة

التحريك

العلاقة الأساسية في الحركة النسبية لجسيم مادي:

نعد جسيما ماديا $\mathrm{M_k}$ كتلته m_k يخضع لمجموعة من القوى $\sum F_k$ ناتجة عن التإثير المتبادل بين الجسيم و الأجسام المجاورة و يتحرك الجسيم نتيجة خضوعه لتأثير هذه القوى بالنسبة لجملة المحاور $T(OXYZ)$ التي تتحرك بدورها بطريقة معلومة بدلالة جملة المحاور الثابتة $T_1(O_1X_1Y_1Z_1)$

تؤول المسألة إلى إيجاد علاقة بين تسارع الجسيم المادي بالنسبة للجملة T و الذي نسميه **بالتسارع النسبي** A_k^r و القوى المؤثرة على هذا الجسيم $\sum F_K$

إن تسارع الجسيم المادي M_k بدلالة الجملة المطلقة T_1 يدعى **بالتسارع المطلق** A_K^a و تعطينا العلاقة الأساسية في التحريك المعادلة:

$$\mathrm{m_K}.A_k^a=\sum F_k \qquad *$$

حيث يعطى التسارع المطلق فيبحث الحركة: $A_k^a=A_k^r+A_k^e+A_k^c$

حيث : A_k^r التسارع النسبي A_k^e التسارع المكتسب A_k^c تسارع كوريوليس

بالتعويض في العلاقة *:

$$m_k.A_k^r+m_k.A_k^e+m_k.A_k^c=\sum F_k$$

و منه يكون:

$$m_k.A_k^r=\sum F_k+(-m_k.A_k^e)+(-m_k.A_k^c)$$

باستخدام الرموز:

$$-m_k.A_k^e = \left(F_k^{in}\right)^e \quad , \quad -m_k.A_k^c = \left(F_k^{in}\right)^c$$

لأن هذين الحدين لهما أبعاد قوة و ندعوهما بقوة عطالة كوريوليس و قوة العطلة المكتسبة و يعود منشؤهما إلى حركة الجملة T بدلالة الجملة العطالية T_1 ومنه:

$$m_k.A_k^r = \sum F_k + \left(F_k^{in}\right)^e + \left(F_k^{in}\right)^c \quad **$$

تعبر هذه المعادلة عن العلاقة الأساسية في التحريك في الحركة النسبية للجسيم المادي بدلالة الجملة المتحركة T

و بالممقارنة بين المعادلتين * و ** نصل إلى النتيجة التالية:

تكتب العلاقة الأساسية في التحريك في حالة الحركة النسبية لجسيم مادي بشكل مطابق للعلاقة الأساسية في التحريك في حالة الحركة المطلقة للجسيم المادي شرط أن نضف قوة العطالة المكتسبة و قوة عطالة كوريوليس إلى القوى المؤثرة على جسيم المادي نتيجة للتأثير المتبادل بينه وبين الأجسام الأخرى

تعطى قوة عطالة كوريوليس بالعلاقة:

$$\boldsymbol{\left(F_k^{in}\right)^c = -m_k.A_k^c = -2m_k(\Omega_e \wedge V_k^r)}$$

بالتالي تعامد قوة عطالة كوريوليس $\left(F_k^{in}\right)^c$ كلا من السرعة النسبية V_k^r ومتجه السرعة الزاوية للحركة المكتسبة Ω_e لدوران الجملة المتحركة T بدلالة الجملة المطلقة الثابتة T_1 حول محور آني يمر من القطب O وتتجه $\left(F_k^{in}\right)^c$ بشكل تكون معه الثلاثية:

$$\Omega_e \perp V_k^r \perp \left(F_k^{in}\right)^c$$

ثلاثية عكسسية أي: أنها عمودية على المماس للمسار النسبي للجسيم المادي بالتالي يكون مسقط هذه القوة على المماس معدوما أي:

$$\left(F_k^{in}\right)_r^c = 0$$

ويصبح مسقطط العلاقة الأساسية للحركة النسبية للجسيم المادي على المماس بالشكل:

$$m_k.\frac{dV_k^r}{dt} = \left(\sum F_k\right)_r + \left(F_k^{in}\right)_r^e$$

و يكون عمل قوة عطالة كوريوليس معدوما خلال انتقال الجسيم المادي M_k على مساره بدلالة الجملة المتحركة T من M_0 إلى M_1 و تأخذ عندئذ علاقة تغيير الطاقة الحركية في الحركة النسبية للجسيم المادي بالشكل التالي:

$$\frac{1}{2}m_k(V_k^r)_1^2 - \frac{1}{2}m_k(V_k^r)_0^2 = w_{M_0\to M_1}\left(\sum F_k\right) + w_{M_0\to M_1}\left(\sum F_k^{in}\right)^e$$

حالات خاصة:

- إذا تحركت T حركة انسحابية بدلالة الجملة المطلقة T_1 كان:

$$\Omega_e = 0 \Rightarrow A_k^c = 0 \Rightarrow \left(F_k^{in}\right)^c = 0$$

و تصبح العلاقة الأساسية للحركة النسبية للجسيم:

$$m_k . A_k^r = \sum F_k + \left(F_k^{in}\right)^e$$

- إذا تحركت الجملة T حركة انسحابية منتظمة على مسار مستقيم بدلالة الجملة المطلقة T_1 كان:

$$\Omega_e = 0 \Rightarrow A_k^c = 0 \Rightarrow \left(F_k^{in}\right)^c = 0 \text{ و } A_k^e = 0 \Rightarrow \left(F_k^{in}\right)^e = 0$$

وتصبح العلاقة الأساسية للحركة النسبية للجسيم:

$$m_k . A_k^r = \sum F_k$$

و تأخذ هذه العلاقة في الجملة T شكل العلاقة في الجملة المطلقة T_1 و بالتالي تدعى الجملة T بالجملة العطالية لأنها تخلو من القوى العطالية.

ينتج مما سبق أنه لا يمكن بوسساطة أي تجربة ميكانيكية اكتشاف ما إذا كانت مجموعة القياس المعطاة في حالة سكون أم تتحرك حركة انتقالية منتظمة في خط مستقيم هذا هو مضمون مبدأ الحركة النسبية في الميكانيك الكلاسيكي الذي اكتشفه غاليليو.

- إذا كان الجسيم المادي M_k ساكنا بدلالة الجملة المتحركة T كان:

$$V_k^r = 0 \Rightarrow A_k^c = 0 \Rightarrow \left(F_k^{in}\right) = 0 \, , A_k^r = 0$$

وتصبح العلاقة الأساسية للحركة النسبية للجسيم:

$$0 = \sum F_k + \left(F_k^{in}\right)^e$$

وهي علاقة التوازن النسبي وينتج منها:

أن معادلات التوازن النسبي تطابق معادلات التوازن المطلق شرط أن نضيف القوى المؤثرة على الجسيم المادي و الناتجة عن تأثير الأجسام المجاورة قوة العطالة المكتسبة.

مسألة:\تحريك الجسيم خلال حركته النسبية

نصف دائرة ملظوم فيها جلبة كتلتها m تحركت بدون سرعة ابتدائية نحو C

المطلوب: احسب v_c^r

الحل:

تحسب السرعة النسبية من تطبيق مبدأ العمل والطاقة على الجلبة خلال حركتها النسبية من Bإلى C

$$\frac{1}{2}mv_{r\ c}^2 + \frac{1}{2}mv_{r\ B}^2 = \Sigma W$$

الجسيم يدور مع الحلقة مكتسباً سرعتها الدائرية:

$$A^e = A^e \quad , \quad A_\tau^e = 0 \Rightarrow \omega = const$$

$$\Sigma W = W_n + W_w + W_{F_e^{in}}$$

$$W_W = mgh = \pm mgr$$

$$W_{F^{in^e}} = \cdots$$

$$F_e^{in} = -mA_e$$
$$-m(A_e^n + A_e^\tau) = -mA_e^n$$

$$\varepsilon_e = 0$$

$$F_e^{in} = \int_{x_0=0}^{x=R} (F_e^{in})\, dx$$

$$W_{F_e^{in}} = \int_{x_0=0}^{x=R} mv\omega_e^2 x.\, dx$$

$$mv\omega_e^2 \int_{x_0=0}^{x=R} x.\, dx$$

$$\dots m\omega^2 \frac{R}{2}$$

$$\frac{1}{2}mv_{r_c}^2 mgR + mw^2\frac{R^2}{2}$$